

Aplicação do algoritmo de Ford-Fulkerson na otimização de fluxo máximo de potência em redes elétricas de transmissão

Vitor Amadeu Souza¹; 0009-0002-1857-6799

1 – UniFOA, Centro Universitário de Volta Redonda, Volta Redonda, RJ.
vitor.amadeu@foa.org.br

Resumo: Esta pesquisa apresenta a aplicação do algoritmo de Ford-Fulkerson para determinação do fluxo máximo de potência em redes elétricas de transmissão, utilizando teoria de grafos como ferramenta de modelagem e análise. A pesquisa foi desenvolvida através da implementação computacional em Python, empregando as bibliotecas NetworkX e Matplotlib para simulação e visualização de uma rede elétrica simplificada composta por uma usina geradora, subestações intermediárias e uma cidade consumidora. Os resultados demonstraram que o algoritmo de Ford-Fulkerson é eficaz na identificação da capacidade máxima de transmissão de potência, alcançando um fluxo ótimo de 100 MW entre a fonte geradora e o destino final. A análise revelou que as limitações de capacidade das linhas de transmissão constituem o principal gargalo no sistema, evidenciando a importância da otimização topológica para maximização da eficiência energética. A metodologia proposta oferece uma abordagem sistemática para planejamento e operação de sistemas elétricos, contribuindo para o desenvolvimento de estratégias de otimização em redes de transmissão de energia elétrica.

Palavras-chave: Fluxo máximo. Ford-Fulkerson. Redes elétricas. Teoria de grafos. Otimização energética.

INTRODUÇÃO

O planejamento e operação eficiente de sistemas elétricos de potência constituem desafios fundamentais na engenharia elétrica contemporânea, especialmente considerando o crescimento da demanda energética global e a necessidade de otimização de recursos (Kirschen & Strbac, 2019). A análise de fluxo de potência em redes elétricas representa um problema clássico de otimização que pode ser abordado através da teoria de grafos, oferecendo soluções matemáticas robustas para determinação da capacidade máxima de transmissão entre pontos de geração e consumo (Wood *et al.*, 2013).

O algoritmo de Ford-Fulkerson, desenvolvido originalmente por Lester Ford Jr. e Delbert Fulkerson em 1956, constitui uma das principais ferramentas para solução de problemas de fluxo máximo em redes (Ford & Fulkerson, 1962). Este algoritmo baseia-se no teorema do fluxo máximo-corte mínimo, estabelecendo que o valor do fluxo máximo entre dois vértices em uma rede é igual à capacidade do corte mínimo que separa esses vértices (Cormen *et al.*, 2009).

A aplicação de algoritmos de fluxo máximo em sistemas elétricos de potência tem sido objeto de extensas pesquisas, demonstrando eficácia na resolução de problemas de otimização operacional e planejamento da expansão (Milano, 2010). Estudos recentes evidenciam a relevância da teoria de grafos para modelagem de sistemas complexos de transmissão, permitindo análises topológicas que facilitam a identificação de gargalos e pontos críticos na rede (Hines *et al.*, 2010).

A modelagem de redes elétricas através de grafos dirigidos permite representar adequadamente as características direcionais do fluxo de potência, considerando as limitações de capacidade das linhas de transmissão e a configuração topológica do sistema (Bergen & Vittal, 2000). Esta abordagem facilita a implementação computacional de algoritmos de otimização, proporcionando ferramentas eficientes para análise de desempenho e tomada de decisões operacionais.

O objetivo deste trabalho é demonstrar a aplicação do algoritmo de Ford-Fulkerson na determinação do fluxo máximo de potência em uma rede elétrica, utilizando ferramentas

computacionais para simulação e visualização dos resultados. A pesquisa visa contribuir para o desenvolvimento de metodologias de otimização aplicáveis ao planejamento e operação de sistemas elétricos de potência.

MÉTODOS

A metodologia empregada neste estudo baseia-se na modelagem computacional de uma rede elétrica simplificada através da teoria de grafos, implementada utilizando a linguagem de programação Python e as bibliotecas NetworkX e Matplotlib. Inicialmente, foi desenvolvido um modelo de rede elétrica composta por cinco nós principais: uma usina geradora (fonte), três subestações intermediárias (Subestação A, Subestação B e Subestação C) e uma cidade consumidora (destino). Esta configuração representa um sistema típico de transmissão de energia elétrica, onde a potência gerada deve ser transmitida através de subestações intermediárias até o ponto de consumo (Grainger & Stevenson, 1994).

A modelagem foi realizada através de um grafo dirigido $G = (V, E)$, onde V representa o conjunto de vértices (nós da rede) e E o conjunto de arestas (linhas de transmissão). Cada aresta foi caracterizada por sua capacidade máxima de transmissão de potência, expressa em megawatts (MW), refletindo as limitações físicas das linhas de transmissão (Saadat, 2010).

A topologia da rede foi definida considerando as seguintes conexões e capacidades: Usina para Subestação A (100 MW), Usina para Subestação B (50 MW), Subestação A para Subestação C (50 MW), Subestação B para Subestação C (50 MW), Subestação A para Cidade (30 MW) e Subestação C para Cidade (70 MW). Esta configuração permite múltiplos caminhos para o fluxo de potência, característica fundamental para aplicação do algoritmo de Ford-Fulkerson.

O algoritmo de Ford-Fulkerson foi implementado utilizando a função `maximum_flow` da biblioteca NetworkX, que emprega o algoritmo de Edmonds-Karp como variante específica do método original (Edmonds & Karp, 1972). Esta implementação garante complexidade computacional polinomial $O(VE^2)$, adequada para análise de redes de dimensões práticas.

A visualização dos resultados foi desenvolvida através da biblioteca Matplotlib, gerando representações gráficas da rede com destaque para as arestas que transportam fluxo de potência. As arestas ativas foram representadas em cor vermelha com maior espessura, facilitando a identificação visual dos caminhos de transmissão utilizados na solução ótima.

A validação dos resultados foi realizada através da verificação das propriedades fundamentais do algoritmo de Ford-Fulkerson, incluindo a conservação de fluxo em nós intermediários e o cumprimento das restrições de capacidade das arestas. Adicionalmente, foi verificada a correspondência entre o fluxo máximo obtido e o valor do corte mínimo da rede, confirmando a corretude da solução (Ahuja *et al.*, 1993).

O código-fonte está disponível para download através do link: <https://github.com/vitor-souza-ime/ff>.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

A aplicação do algoritmo de Ford-Fulkerson à rede elétrica modelada resultou em um fluxo máximo de potência de 100 MW entre a usina geradora e a cidade consumidora. Este resultado evidencia que, apesar da existência de múltiplos caminhos para transmissão de potência, a capacidade máxima do sistema é limitada pelas restrições topológicas e de capacidade das linhas de transmissão.

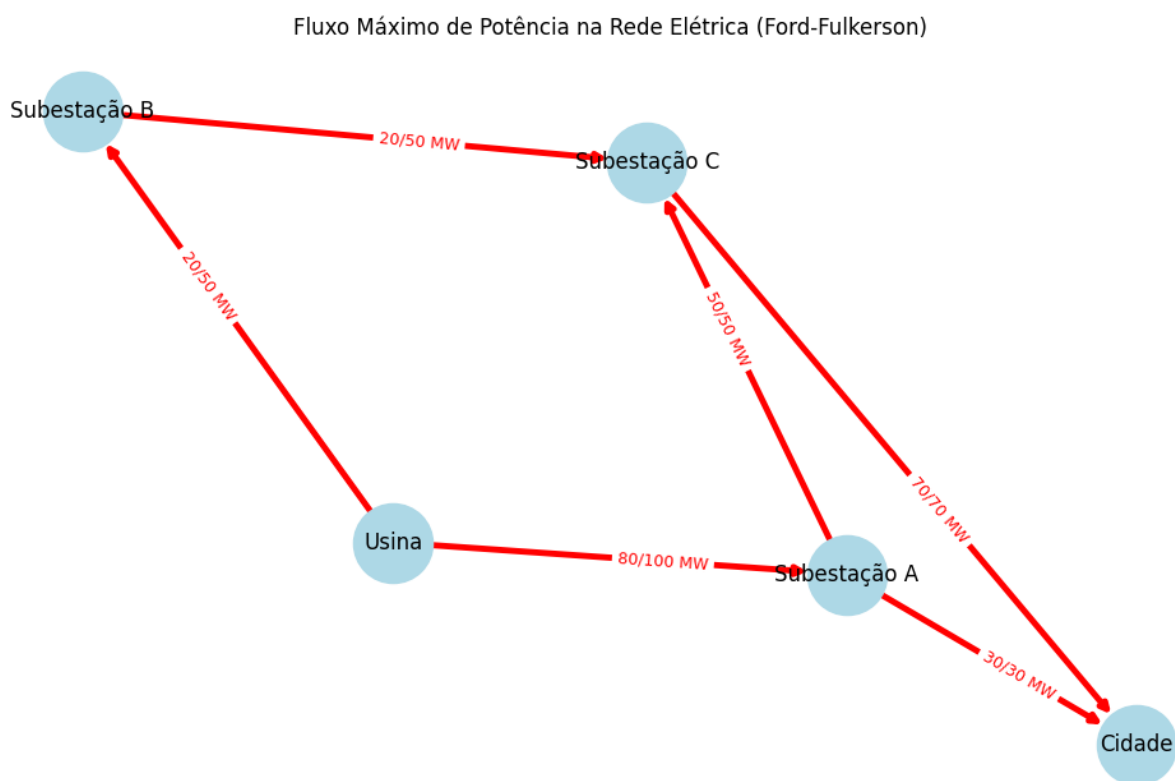
A análise detalhada da solução obtida revela a distribuição ótima do fluxo de potência através da rede. O caminho principal de transmissão utiliza a conexão direta entre a Usina e a Subestação A (100 MW), seguida pela distribuição desta potência através de dois caminhos paralelos: 30 MW são transmitidos diretamente da Subestação A para a Cidade, enquanto 70 MW são direcionados para a Subestação C, que posteriormente transmite toda esta potência para a Cidade.

A configuração de fluxo resultante demonstra que a conexão entre a Usina e a Subestação B, apesar de disponível com capacidade de 50 MW, não é utilizada na solução ótima. Este resultado ilustra uma característica fundamental dos algoritmos de fluxo máximo: a solução ótima não necessariamente utiliza todas as conexões disponíveis, mas sim aquelas que proporcionam a maior eficiência na transmissão de potência (Bazaraa *et al.*, 2009).

A análise topológica da rede revela que o gargalo principal do sistema está localizado nas conexões de saída das subestações para a cidade consumidora. A soma das capacidades máximas destas conexões ($30 \text{ MW} + 70 \text{ MW} = 100 \text{ MW}$) corresponde exatamente ao fluxo máximo obtido, confirmando que estas arestas constituem o corte mínimo da rede.

A visualização gráfica dos resultados, apresentada na Figura 1, facilita a compreensão da distribuição de fluxo através da rede. As arestas destacadas em vermelho indicam os caminhos ativos de transmissão, enquanto as etiquetas numéricas apresentam a relação entre fluxo atual e capacidade máxima de cada linha.

Figura 1 - Fluxo de potência



Fonte: O autor.

As implicações práticas dos resultados obtidos são significativas para o planejamento e operação de sistemas elétricos reais. A identificação do fluxo máximo permite aos operadores determinar a capacidade de atendimento da demanda e planejar expansões

futuras da rede. Adicionalmente, a análise dos caminhos críticos facilita a implementação de estratégias de manutenção preventiva e gestão de contingências (Zimmerman *et al.*, 2011).

CONCLUSÕES

Este estudo demonstrou com sucesso a aplicabilidade do algoritmo de Ford-Fulkerson na determinação do fluxo máximo de potência em redes elétricas de transmissão. A implementação computacional desenvolvida apresentou o potencial da teoria de grafos como ferramenta de otimização em sistemas elétricos de potência.

Os resultados obtidos confirmaram que o fluxo máximo de 100 MW entre a usina geradora e a cidade consumidora representa a capacidade ótima do sistema modelado, limitada pelas restrições topológicas e de capacidade das linhas de transmissão. A análise revelou que as conexões de saída das subestações constituem o principal gargalo do sistema, determinando a capacidade máxima de transmissão.

A metodologia desenvolvida oferece contribuições para o campo da engenharia elétrica, fornecendo uma abordagem sistemática para análise de capacidade em redes de transmissão. A visualização gráfica dos resultados constitui uma ferramenta para operadores de sistema, facilitando a identificação de componentes críticos e a tomada de decisões operacionais.

Recomenda-se a extensão da metodologia para redes de maior dimensão e complexidade, incluindo a consideração de aspectos econômicos e ambientais na otimização do fluxo de potência. Adicionalmente, sugere-se a investigação de algoritmos alternativos e técnicas de otimização multiobjetivo para análise comparativa de desempenho.

Os resultados deste trabalho contribuem para o avanço do conhecimento em otimização de sistemas elétricos, oferecendo ferramentas práticas para profissionais da área e fundamentação teórica para desenvolvimentos futuros na aplicação da teoria de grafos em engenharia elétrica.

REFERÊNCIAS

AHUJA, R. K.; MAGNANTI, T. L.; ORLIN, J. B. Network flows: theory, algorithms, and applications. Englewood Cliffs: Prentice Hall, 1993.

BAZARAA, M. S.; JARVIS, J. J.; SHERALI, H. D. Linear programming and network flows. 4th ed. Hoboken: John Wiley & Sons, 2009.

BERGEN, A. R.; VITTAL, V. Power systems analysis. 2nd ed. Upper Saddle River: Prentice Hall, 2000.

CORMEN, T. H.; LEISERSON, C. E.; RIVEST, R. L.; STEIN, C. Introduction to algorithms. 3rd ed. Cambridge: MIT Press, 2009.

EDMONDS, J.; KARP, R. M. Theoretical improvements in algorithmic efficiency for network flow problems. Journal of the ACM, v. 19, n. 2, p. 248-264, 1972.

FORD, L. R.; FULKERSON, D. R. Flows in networks. Princeton: Princeton University Press, 1962.

GRAINGER, J. J.; STEVENSON, W. D. Power system analysis. New York: McGraw-Hill Education, 1994.

HINES, P.; COTILLA-SANCHEZ, E.; BLUMSACK, S. The topological and electrical structure of power grids. Proceedings of the IEEE, v. 98, n. 12, p. 1835-1847, 2010.

MILANO, F. Power system modelling and scripting. London: Springer, 2010.

SAADAT, H. Power system analysis. 3rd ed. New York: McGraw-Hill, 2010.

WOOD, A. J.; WOLLENBERG, B. F.; SHEBLÉ, G. B. Power generation, operation, and control. 3rd ed. Hoboken: John Wiley & Sons, 2013.

ZIMMERMAN, R. D.; MURILLO-SÁNCHEZ, C. E.; THOMAS, R. J. MATPOWER: Steady-state operations, planning, and analysis tools for power systems research and education. IEEE Transactions on Power Systems, v. 26, n. 1, p. 12-19, 2011.