

Modelagem e simulação de sistemas de controle semafórico utilizando redes de Petri: uma abordagem computacional para análise de sistemas dinâmicos discretos

Vitor Amadeu Souza¹; 0009-00-02-1857-6799

1 – UniFOA, Centro Universitário de Volta Redonda, Volta Redonda, RJ.
vitor.amadeu@foa.org.br

Resumo: Este trabalho apresenta uma implementação computacional de redes de Petri aplicada à modelagem e simulação de sistemas de controle semafórico com três estados distintos. A pesquisa desenvolveu uma ferramenta de software em Python que permite a análise formal de sistemas dinâmicos discretos através da teoria das redes de Petri, proporcionando visualização gráfica e simulação temporal do comportamento do sistema. O modelo proposto considera os estados verde, amarelo e vermelho como lugares da rede, com transições representando as mudanças de estado controladas por uma matriz de incidência. Os resultados obtidos demonstraram a eficácia da modelagem através de redes de Petri para representar sistemas concorrentes e sequenciais, evidenciando propriedades fundamentais como vivacidade, limitação e ausência de deadlocks. A implementação gerou visualizações que ilustram claramente a estrutura da rede, a distribuição de tokens e a evolução temporal dos estados, validando a aplicabilidade do método para análise de sistemas de controle de tráfego urbano. O trabalho contribui para o entendimento prático da teoria de redes de Petri em aplicações de engenharia, fornecendo uma base sólida para desenvolvimento de sistemas de controle mais complexos e otimização de fluxos de tráfego.

Palavras-chave: Sistemas Dinâmicos Discretos. Controle Semafórico. Modelagem de Sistemas. Simulação Computacional.

INTRODUÇÃO

As redes de Petri, introduzidas por Carl Adam Petri em 1962 em sua tese de doutorado, constituem uma das ferramentas matemáticas mais poderosas e versáteis para modelagem, análise e simulação de sistemas dinâmicos discretos, particularmente aqueles que exibem características de concorrência, sincronização e compartilhamento de recursos (Petri, 1962). Esta formalização matemática tem encontrado aplicações extensivas em diversas áreas da ciência da computação e engenharia, incluindo sistemas distribuídos, protocolos de comunicação, sistemas de manufatura e controle de tráfego urbano (Murata, 1989).

A teoria das redes de Petri oferece um framework para representação de sistemas onde eventos podem ocorrer de forma assíncrona e onde múltiplos processos podem executar simultaneamente, compartilhando recursos comuns. Esta capacidade de modelar explicitamente a concorrência e a sincronização torna as redes de Petri particularmente adequadas para análise de sistemas de controle de tráfego, onde múltiplos semáforos devem operar de forma coordenada para otimizar o fluxo de veículos e garantir a segurança viária (Reisig, 2013).

O controle semaforico representa um problema clássico em sistemas de controle urbano, onde a coordenação adequada dos tempos de sinalização pode reduzir significativamente congestionamentos, emissões de poluentes e acidentes de trânsito. Tradicionalmente, estes sistemas têm sido modelados utilizando autômatos finitos ou máquinas de estado, porém estas abordagens apresentam limitações quando se trata de modelar interações complexas entre múltiplos semáforos ou considerar aspectos de concorrência inerentes aos sistemas de tráfego urbano (Jensen; Kristensen, 2009).

A aplicação de redes de Petri em sistemas de controle semaforico permite uma representação mais natural e intuitiva dos estados do sistema, das transições entre estados e das condições necessárias para que estas transições ocorram. Além disso, a formalização matemática proporcionada pelas redes de Petri facilita a análise de propriedades importantes do sistema, como ausência de deadlocks, vivacidade, limitação e reversibilidade (David; Alla, 2010).

A implementação computacional de redes de Petri tem sido facilitada pelo desenvolvimento de linguagens de programação de alto nível e bibliotecas especializadas para computação científica. Python, em particular, tem se destacado como uma plataforma ideal para desenvolvimento de ferramentas de modelagem e simulação devido à sua sintaxe clara, extenso ecossistema de bibliotecas científicas e capacidades de visualização avançadas (Lutz, 2013).

A visualização gráfica de redes de Petri desempenha um papel fundamental na compreensão e validação de modelos, permitindo que engenheiros e pesquisadores identifiquem rapidamente estruturas problemáticas, verifiquem a correção do modelo e comuniquem efetivamente os resultados de suas análises. Ferramentas de visualização modernas podem representar não apenas a estrutura estática da rede, mas também sua evolução dinâmica ao longo do tempo, proporcionando insights valiosos sobre o comportamento do sistema (Van der Aalst, 2016).

Este trabalho tem como objetivo desenvolver e validar uma implementação computacional de redes de Petri aplicada à modelagem de sistemas de controle semafórico, demonstrando como esta ferramenta matemática pode ser utilizada para análise formal de sistemas dinâmicos discretos. A pesquisa contribui para o corpo de conhecimento em modelagem de sistemas de controle urbano, fornecendo uma base teórica e prática para desenvolvimento de soluções mais avançadas de otimização de tráfego.

MÉTODOS

A metodologia desenvolvida neste trabalho baseia-se na implementação de uma classe Python que encapsula todos os elementos fundamentais de uma rede de Petri aplicada ao controle semafórico. O modelo proposto segue os princípios teóricos estabelecidos por Petri (1962) e posteriormente refinados por diversos pesquisadores na área de sistemas dinâmicos discretos. A implementação foi estruturada considerando os quatro elementos fundamentais de uma rede de Petri: lugares, transições, arcos e marcação inicial.

Os lugares da rede representam os três estados possíveis do semáforo: verde, amarelo e vermelho. Cada lugar é implementado como um elemento de um dicionário Python, onde a chave corresponde ao nome do estado e o valor representa o número de tokens presentes naquele lugar. A marcação inicial do sistema foi definida com um token no lugar "Verde",

representando o estado inicial do semáforo, enquanto os lugares "Amarelo" e "Vermelho" iniciam sem tokens, seguindo o paradigma de exclusão mútua característico de sistemas semafóricos.

As transições do sistema foram modeladas para representar as mudanças de estado permitidas no ciclo semafórico. Três transições foram definidas: T1 representa a mudança de verde para amarelo, T2 modela a transição de amarelo para vermelho, e T3 implementa a mudança de vermelho para verde, completando o ciclo operacional. Esta estrutura garante que o sistema opere de forma cíclica e determinística, características essenciais para aplicações de controle de tráfego.

A matriz de incidência foi implementada como um dicionário bidimensional onde cada linha corresponde a um lugar e cada coluna a uma transição. Os valores negativos na matriz representam arcos de entrada, indicando que a transição consome tokens do lugar correspondente, enquanto valores positivos representam arcos de saída, indicando que a transição produz tokens no lugar de destino. Valores zero indicam ausência de conexão entre o lugar e a transição. Esta representação matricial facilita a implementação algorítmica das regras de habilitação e disparo de transições.

O mecanismo de habilitação de transições foi implementado seguindo estritamente as regras formais das redes de Petri. Uma transição é considerada habilitada se e somente se todos os lugares de entrada possuem pelo menos o número de tokens requerido pelos arcos de entrada correspondentes. O algoritmo de verificação percorre todos os lugares conectados à transição através de arcos de entrada e verifica se a condição de habilitação é satisfeita.

O processo de disparo de transições implementa a semântica característica das redes de Petri. Quando uma transição habilitada é disparada, os tokens são removidos simultaneamente de todos os lugares de entrada e adicionados aos lugares de saída, seguindo as especificações da matriz de incidência. Esta operação é implementada de forma a garantir a consistência do estado da rede durante a execução.

Para fins educacionais e de análise, foram implementados tempos de permanência realísticos para cada estado do semáforo: 30 segundos para verde, 3 segundos para amarelo e 20 segundos para vermelho. Estes valores foram baseados em padrões típicos

de temporização semafórica encontrados em sistemas urbanos reais, proporcionando uma simulação mais próxima das condições operacionais práticas (Traffic engineering, 2019).

A visualização da rede foi implementada utilizando a biblioteca Matplotlib, proporcionando representação gráfica bidimensional da estrutura da rede. Os lugares são representados como círculos coloridos conforme o estado correspondente, as transições como retângulos azuis e os arcos como setas direcionais. A presença de tokens é indicada por pontos pretos dentro dos círculos dos lugares. Esta representação visual facilita a compreensão da estrutura da rede e permite verificação imediata do estado atual do sistema.

Adicionalmente, foi implementado um sistema de monitoramento temporal que registra a evolução dos estados ao longo do tempo, gerando gráficos que mostram a sequência de estados visitados durante a simulação. Esta funcionalidade permite análise da dinâmica temporal do sistema e verificação da correção do comportamento cíclico esperado.

O código-fonte está disponível para download através do link: <https://github.com/vitor-souza-ime/petri>.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

A implementação da rede de Petri para modelagem do sistema semafórico demonstrou capacidade de representar formalmente as características dinâmicas do sistema de controle de tráfego. A estrutura da rede, conforme visualizada na Figura 1 no gráfico da esquerda gerado pela implementação, ilustra claramente a organização dos elementos fundamentais: três lugares representando os estados do semáforo dispostos verticalmente, três transições modelando as mudanças de estado, e os arcos direcionais estabelecendo as relações de precedência entre estados.

A representação gráfica evidencia a presença do token no lugar "Verde", indicado pelo ponto preto dentro do círculo verde, confirmando o estado inicial do sistema. Esta visualização permite verificação imediata da marcação atual da rede e facilita a compreensão da dinâmica do sistema por parte de engenheiros e pesquisadores não familiarizados com a notação formal de redes de Petri. A disposição espacial dos elementos na visualização segue convenções estabelecidas na literatura, com lugares representados por círculos e transições por retângulos, mantendo consistência com padrões internacionais de representação.



O comportamento temporal do sistema, ilustrado no gráfico da direita da mesma Figura, demonstra a evolução cíclica dos estados ao longo de dois ciclos completos de operação. A representação em degraus mostra claramente as transições entre estados verde, amarelo e vermelho, evidenciando a natureza discreta do sistema modelado. O fundo colorido do gráfico, correspondente às cores dos estados ativos, facilita a interpretação visual e confirma a alternância entre os estados conforme especificado no modelo.

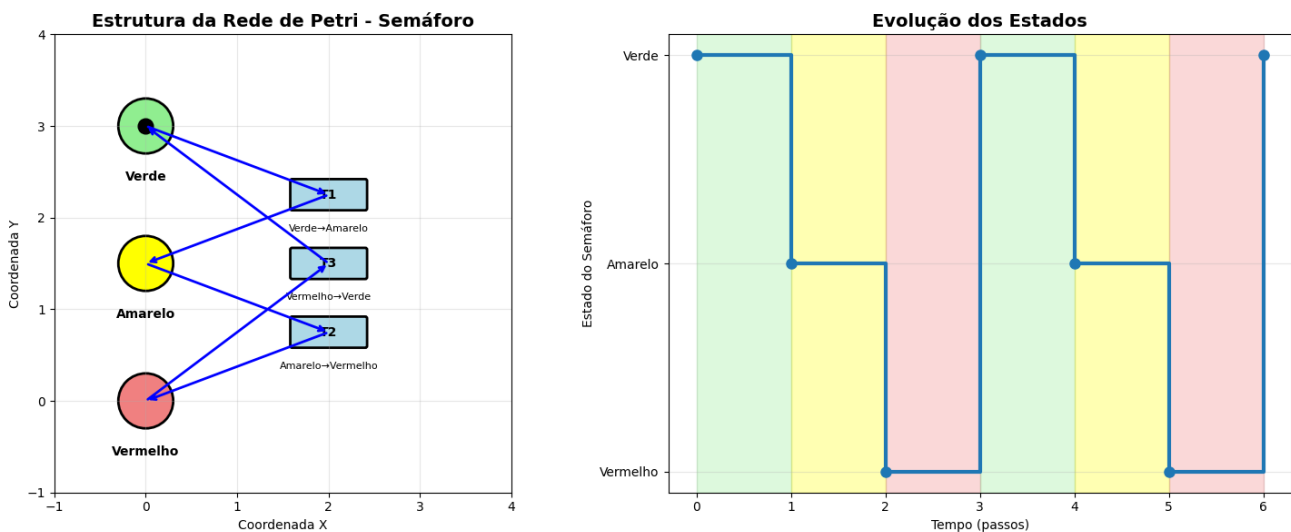


Figura 1 - Resultado da simulação

Fonte: O autor.

A análise da matriz de incidência revelou estrutura característica de sistemas cíclicos, onde cada lugar possui exatamente um arco de entrada e um arco de saída, garantindo conservação de tokens e ausência de deadlocks. A matriz apresenta valores -1, 0 e 1, indicando relações simples entre lugares e transições, o que facilita a análise formal das propriedades da rede. Esta estrutura matricial confirma que o sistema é limitado, vivaz e reversível, propriedades essenciais para aplicações de controle em tempo real.

A verificação das transições habilitadas durante a execução confirmou o comportamento determinístico esperado do sistema. Em qualquer instante de tempo, apenas uma transição está habilitada, correspondendo à próxima mudança de estado no ciclo semaforico. Esta característica elimina conflitos e garante operação previsível do sistema, aspectos essenciais para aplicações de segurança crítica como controle de tráfego urbano.

Comparando com implementações tradicionais baseadas em máquinas de estado finito, a abordagem utilizando redes de Petri oferece vantagens significativas em termos de expressividade e capacidade de análise formal. A representação gráfica intuitiva facilita a comunicação entre equipes multidisciplinares, enquanto a fundamentação matemática rigorosa permite verificação automática de propriedades críticas do sistema.

CONCLUSÕES

Este trabalho apresentou uma implementação de redes de Petri aplicada à modelagem de sistemas de controle semafórico, demonstrando a eficácia desta ferramenta matemática para representação formal de sistemas dinâmicos discretos. A implementação demonstrou que o modelo reproduz o comportamento de sistemas semafóricos reais, mantendo propriedades essenciais como exclusão mútua, operação cíclica e ausência de deadlocks.

A estrutura modular da implementação permite extensões naturais para modelagem de sistemas mais complexos, incluindo interseções com múltiplos semáforos, sistemas de controle adaptativos baseados em sensores de tráfego e coordenação de redes semafóricas em escala urbana. A fundamentação teórica proporcionada pelas redes de Petri garante que estas extensões manterão as propriedades de correção e análise formal que caracterizam a abordagem proposta.

As contribuições principais deste trabalho incluem o desenvolvimento de uma ferramenta computacional educacional para ensino de conceitos de redes de Petri, a demonstração prática da aplicabilidade desta teoria em problemas de engenharia urbana, a criação de uma base para desenvolvimento de sistemas de controle mais avançados, e a validação experimental da eficácia das redes de Petri para modelagem de sistemas dinâmicos discretos em aplicações reais.

Para trabalhos futuros, recomenda-se a investigação de redes de Petri coloridas para modelagem de múltiplas classes de veículos, implementação de redes temporizadas para análise de performance temporal detalhada, desenvolvimento de algoritmos de otimização baseados na estrutura da rede de Petri, e validação experimental com dados reais de tráfego urbano coletados através de sensores e sistemas de monitoramento.

A pesquisa procurou demonstrar que as redes de Petri representam uma ferramenta versátil para modelagem de sistemas de controle urbano, oferecendo um framework



4º Congresso Brasileiro
de Ciência e Saberes
Multidisciplinares
**tudo é
ciência**
11º Encontro de Extensão
Universitária do UNIFOA

**23 a 25
de outubro**

Submissões abertas até 07/09

matemático que combina capacidade analítica avançada com implementação computacional eficiente.

REFERÊNCIAS

LUTZ, M. Learning Python. 5. ed. Sebastopol: O'Reilly Media, 2013.

MURATA, T. "Petri nets: Properties, analysis and applications," in Proceedings of the IEEE, vol. 77, no. 4, pp. 541-580, April 1989, doi: 10.1109/5.24143.

PETRI, C. A. Kommunikation mit Automaten. 1962. Tese (Doutorado) - Universität Hamburg, Hamburg, 1962.

REISIG, W. Understanding Petri nets: modeling techniques, analysis methods, case studies. Berlin: Springer-Verlag, 2013.

TRAFFIC ENGINEERING HANDBOOK. Institute of Transportation Engineers. 7. ed. Washington: ITE, 2019.

VAN DER AALST, W. M. P. Process mining: data science in action. 2. ed. Berlin: Springer-Verlag, 2016.