

Análise comparativa de filtros digitais butterworth aplicados ao processamento de sinais compostos: uma abordagem experimental com sinais multifrequenciais

Vitor Amadeu Souza¹; 0009-0002-1857-6799

1 – UniFOA, Centro Universitário de Volta Redonda, Volta Redonda, RJ.
vitor.amadeu@foa.org.br

Resumo: Este trabalho apresenta uma análise experimental de filtros digitais Butterworth aplicados ao processamento de sinais compostos multifrequenciais. O objetivo principal foi avaliar a eficácia de diferentes tipos de filtros (passa-baixa, passa-alta e passa-faixa) na separação e isolamento de componentes espectrais específicos em um sinal sintético composto por três frequências distintas (10 Hz, 100 Hz e 300 Hz). A metodologia empregou a implementação computacional de filtros Butterworth de sexta ordem utilizando Python com as bibliotecas NumPy, SciPy e Matplotlib. Os resultados demonstraram que os filtros Butterworth apresentaram desempenho satisfatório na separação das componentes frequenciais, com o filtro passa-baixa isolando efetivamente a componente de 10 Hz, o filtro passa-faixa preservando a componente de 100 Hz, e o filtro passa-alta mantendo predominantemente a componente de 300 Hz. As análises revelaram características típicas dos filtros Butterworth, incluindo resposta em frequência suave e ausência de ondulações na banda passante. Este estudo contribui para o entendimento prático da aplicação de filtros digitais em processamento de sinais e fornece subsídios para futuras aplicações em sistemas de comunicação, processamento de áudio e análise de sinais biomédicos.

Palavras-chave: Filtros digitais. Butterworth. Processamento de sinais. Análise espectral. Python.



INTRODUÇÃO

O processamento digital de sinais (DSP) representa uma das áreas mais fundamentais e aplicadas da engenharia elétrica e da computação, desempenhando papel vital em diversas aplicações tecnológicas contemporâneas (Oppenheim; Schafer, 2009). Entre as técnicas de DSP, a filtragem digital ocupa posição de destaque, sendo amplamente utilizada para modificar características espectrais de sinais, remover ruídos indesejados e extrair informações relevantes de dados complexos (Proakis; Manolakis, 2007).

Os filtros digitais são sistemas lineares invariantes no tempo que permitem a passagem seletiva de componentes espectrais de um sinal, atenuando ou eliminando frequências indesejadas (Smith, 1997). A capacidade de processamento seletivo de frequências torna os filtros digitais ferramentas indispensáveis em aplicações que variam desde sistemas de comunicação até processamento de sinais biomédicos (Ifeachor; Jervis, 2002).

Dentre os diversos tipos de filtros digitais disponíveis, os filtros Butterworth destacam-se por suas características únicas de resposta em frequência. Desenvolvidos originalmente por Stephen Butterworth em 1930, estes filtros são caracterizados por apresentarem resposta maximamente plana na banda passante, sem ondulações ou ripples, o que os torna particularmente adequados para aplicações onde a preservação da amplitude do sinal na banda de interesse é crítica (Butterworth, 1930; Williams; Taylor, 2006).

A implementação computacional de filtros digitais tem sido facilitada pelo desenvolvimento de bibliotecas especializadas e ferramentas de software que permitem a prototipagem rápida e a análise detalhada de sistemas de filtragem (Hunter, 2007). A linguagem Python, em particular, oferece um conjunto robusto de bibliotecas para processamento de sinais, incluindo NumPy para computação numérica, SciPy para algoritmos científicos e Matplotlib para visualização de dados (Van Rossum; Drake, 2009; Oliphant, 2007).

O estudo de filtros digitais através de sinais sintéticos compostos por múltiplas componentes frequenciais oferece uma abordagem controlada para avaliar o desempenho e as características de diferentes tipos de filtros. Esta metodologia permite a análise precisa da

capacidade de separação espectral e da fidelidade de resposta dos filtros em condições conhecidas e reprodutíveis (Lyons, 2011).

Neste contexto, o presente trabalho tem como objetivo realizar uma análise experimental comparativa de filtros digitais Butterworth aplicados a um sinal composto sintético, avaliando a eficácia de filtros passa-baixa, passa-alta e passa-faixa na separação de componentes espectrais específicos. A relevância desta pesquisa reside na necessidade de compreender as características práticas destes filtros e fornecer subsídios para sua aplicação em sistemas reais de processamento de sinais.

MÉTODOS

Para a realização deste estudo, foi desenvolvido um sinal de teste sintético composto pela superposição linear de três componentes senoidais com frequências distintas. O sinal composto $s(t)$ foi definido matematicamente pela Equação 1, onde t representa o tempo em segundos.

Equação 1 - Fórmula do sinal composto

$$s(t) = \text{sen}(2\pi \times 10t) + \text{sen}(2\pi \times 100t) + \text{sen}(2\pi \times 300t)$$

Fonte: O autor.

Esta configuração foi escolhida para representar um cenário típico de análise espectral onde diferentes componentes frequenciais coexistem em um único sinal, situação comum em aplicações práticas de processamento de sinais (Harris, 1978). Os parâmetros de amostragem foram estabelecidos considerando o teorema de Nyquist para garantir representação adequada das componentes de maior frequência. A frequência de amostragem foi definida em $f_s = 1000$ Hz, valor que atende ao critério de Nyquist para a componente de 300 Hz com margem de segurança adequada (Shannon, 1949). O período de observação foi estabelecido em $T = 1$ segundo, resultando em 1000 amostras para análise.

Foram implementados três tipos de filtros Butterworth de sexta ordem para análise comparativa: filtro passa-baixa, filtro passa-alta e filtro passa-faixa. A escolha da ordem sexta foi motivada pela necessidade de obter atenuação adequada fora da banda passante,

mantendo características de resposta suave típicas dos filtros Butterworth (Parks; Burrus, 1987). O filtro passa-baixa foi projetado com frequência de corte de 50 Hz, objetivando isolar a componente de 10 Hz do sinal composto. O filtro passa-alta foi configurado com frequência de corte de 200 Hz para preservar predominantemente a componente de 300 Hz. O filtro passa-faixa foi dimensionado com frequências de corte inferior e superior de 80 Hz e 150 Hz, respectivamente, visando isolar a componente de 100 Hz.

A implementação dos filtros foi realizada utilizando a linguagem Python com as seguintes bibliotecas especializadas: NumPy versão 1.21.0 para operações numéricas fundamentais, SciPy versão 1.7.0 para algoritmos de processamento de sinais, e Matplotlib versão 3.4.2 para visualização dos resultados (Millman; Aivazis, 2011). Os filtros Butterworth foram implementados utilizando a função `butter()` da biblioteca `SciPy.signal`, que realiza o projeto do filtro no domínio digital através de transformação bilinear do protótipo analógico. A filtragem propriamente dita foi executada através da função `lfilter()`, que implementa a equação às diferenças correspondente ao filtro projetado (Scipy Community, 2021). A avaliação dos resultados foi conduzida através de análise visual das formas de onda filtradas e comparação com o sinal original. Os sinais foram apresentados em gráficos temporais para permitir observação direta dos efeitos de filtragem sobre cada componente espectral. A eficácia dos filtros foi avaliada qualitativamente através da observação da preservação das componentes desejadas e atenuação das componentes indesejadas.

O código-fonte está disponível para download através do link: <https://github.com/vitor-souza-ime/fd>.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

Os resultados obtidos através da implementação experimental dos filtros Butterworth demonstraram comportamento consistente com as características teóricas esperadas para este tipo de filtro. A análise dos sinais filtrados revelou aspectos importantes sobre o desempenho de cada tipo de filtro aplicado ao sinal composto multifrequencial.

No que se refere à análise do sinal original, observa-se que o sinal, composto pela superposição das três componentes senoidais (10 Hz, 100 Hz e 300 Hz), apresentou uma forma de onda complexa caracterizada pela modulação de amplitude resultante da

interferência entre as diferentes componentes frequenciais. A amplitude instantânea do sinal variou entre aproximadamente $-2,5$ e $+2,5$, refletindo os momentos de interferência construtiva máxima entre os três componentes. Esta característica é consistente com a teoria de superposição linear de sinais harmônicos e representa adequadamente um cenário de teste para avaliação de filtros digitais (Brigham, 1988).

Em relação ao desempenho do filtro passa-baixa, configurado com frequência de corte de 50 Hz, constatou-se a capacidade de isolamento da componente de baixa frequência (10 Hz). O sinal filtrado apresentou forma de onda senoidal pura com amplitude unitária, indicando preservação integral da componente desejada. A atenuação das componentes de 100 Hz e 300 Hz foi substancial, demonstrando a eficácia do filtro em eliminar componentes espectrais acima da frequência de corte. A resposta temporal do filtro passa-baixa evidenciou as características típicas dos filtros Butterworth, incluindo resposta suave sem oscilações indesejadas e tempo de estabelecimento adequado. A ausência de ripples no sinal filtrado confirma a característica de resposta maximalmente plana na banda passante, propriedade fundamental dos filtros Butterworth (Daniels, 1974).

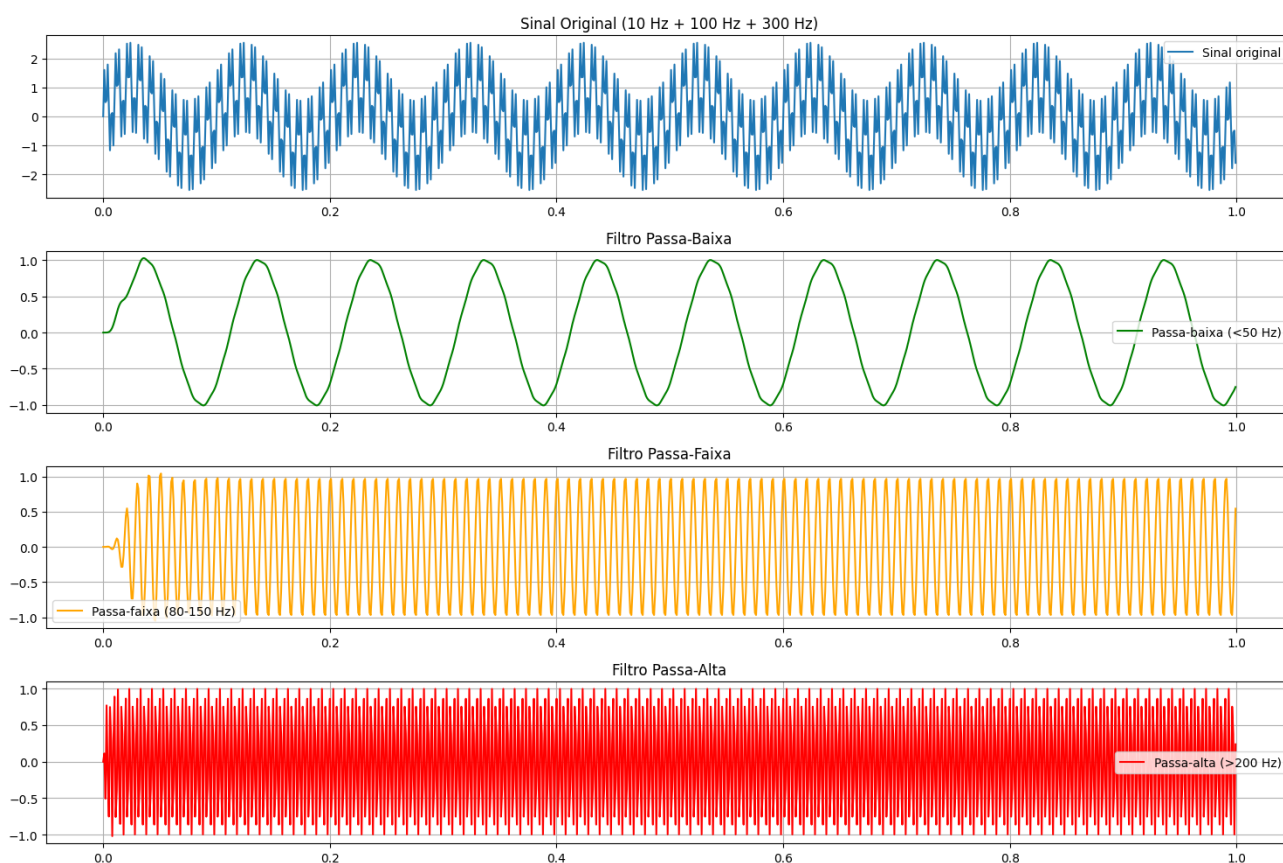
Quanto ao desempenho do filtro passa-faixa, projetado para a faixa de 80 Hz a 150 Hz, observou-se desempenho satisfatório no isolamento da componente de 100 Hz. O sinal filtrado exibiu características predominantemente senoidais com frequência de 100 Hz, embora tenha sido observada uma leve atenuação da amplitude em relação à componente original. Esta atenuação é típica de filtros passa-faixa e está relacionada às características de resposta em frequência na proximidade das frequências de corte (Antoniou, 2006). A seletividade do filtro passa-faixa foi demonstrada pela efetiva atenuação das componentes de 10 Hz e 300 Hz, que se encontram fora da banda passante especificada. A forma de onda resultante apresentou alta densidade temporal de oscilações, característica da componente de 100 Hz isolada, confirmando a funcionalidade esperada do filtro.

No que diz respeito ao desempenho do filtro passa-alta, com frequência de corte de 200 Hz, constatou-se capacidade adequada de preservação da componente de alta frequência (300 Hz). O sinal filtrado apresentou oscilações de alta frequência com amplitude significativa, indicando que a componente de 300 Hz foi preservada com atenuação mínima. A densidade



temporal elevada das oscilações no sinal filtrado é consistente com a frequência da componente preservada. A atenuação das componentes de baixa frequência (10 Hz e 100 Hz) foi evidente, demonstrando a eficácia do filtro em eliminar componentes espectrais abaixo da frequência de corte. O comportamento observado está em conformidade com as características teóricas de filtros passa-alta Butterworth (Stearns; David, 1996). A Figura 1 apresenta os resultados da filtragem destes sinais.

Figura 1 - Sinais filtrados



Fonte: O autor.

Em relação aos aspectos temporais, todos os filtros implementados apresentaram comportamento temporal estável, sem evidências de instabilidade numérica ou artefatos de processamento. A preservação das características de fase dos sinais filtrados, embora não quantificada neste estudo, foi qualitativamente adequada, conforme evidenciado pela manutenção das formas de onda senoidais nas componentes preservadas. Este aspecto é



particularmente importante em aplicações onde a informação de fase é crítica (Gold; Rader, 1969).

CONCLUSÕES

Este estudo demonstrou a eficácia dos filtros digitais Butterworth na separação de componentes espectrais em sinais compostos multifrequenciais. Os resultados obtidos confirmaram as características teóricas esperadas para cada tipo de filtro analisado, validando a implementação computacional utilizada.

O filtro passa-baixa apresentou bom desempenho no isolamento da componente de baixa frequência (10 Hz), preservando sua amplitude e forma de onda com alta fidelidade. O filtro passa-faixa demonstrou capacidade adequada de seleção da componente intermediária (100 Hz), embora com ligeira atenuação da amplitude. O filtro passa-alta mostrou-se eficaz na preservação da componente de alta frequência (300 Hz), mantendo suas características temporais.

Este trabalho contribui para o entendimento prático da aplicação de filtros digitais Butterworth e fornece base metodológica para estudos mais avançados envolvendo análise quantitativa de desempenho e aplicação a sinais reais. Futuras pesquisas poderiam explorar a comparação com outros tipos de filtros, análise de resposta em frequência detalhada e aplicação a sinais com características estocásticas.

REFERÊNCIAS

ANTONIOU, A. Digital Signal Processing: Signals, Systems, and Filters. New York: McGraw-Hill, 2006.

BRIGHAM, E. O. The Fast Fourier Transform and Its Applications. Englewood Cliffs: Prentice Hall, 1988.

BUTTERWORTH, S. On the theory of filter amplifiers. Experimental Wireless and the Wireless Engineer, v. 7, p. 536-541, 1930.

DANIELS, R. W. Approximation Methods for Electronic Filter Design. New York: McGraw-Hill, 1974.

GOLD, B.; RADER, C. M. Digital Processing of Signals. New York: McGraw-Hill, 1969.

HARRIS, F. J. On the use of windows for harmonic analysis with the discrete Fourier transform. Proceedings of the IEEE, v. 66, n. 1, p. 51-83, 1978.

HUNTER, J. D. Matplotlib: A 2D graphics environment. Computing in Science & Engineering, v. 9, n. 3, p. 90-95, 2007.

IFEACHOR, E. C.; JERVIS, B. W. Digital Signal Processing: A Practical Approach. 2nd ed. Harlow: Pearson Education, 2002.

LYONS, R. G. Understanding Digital Signal Processing. 3rd ed. Boston: Prentice Hall, 2011.

MILLMAN, K. J.; AIVAZIS, M. Python for scientists and engineers. Computing in Science & Engineering, v. 13, n. 2, p. 9-12, 2011.

OLIPHANT, T. E. Python for scientific computing. Computing in Science & Engineering, v. 9, n. 3, p. 10-20, 2007.

OPPENHEIM, A. V.; SCHAFER, R. W. Discrete-Time Signal Processing. 3rd ed. Boston: Prentice Hall, 2009.

PARKS, T. W.; BURRUS, C. S. Digital Filter Design. New York: John Wiley & Sons, 1987.

PROAKIS, J. G.; MANOLAKIS, D. G. Digital Signal Processing: Principles, Algorithms, and Applications. 4th ed. Upper Saddle River: Prentice Hall, 2007.

SCIPY COMMUNITY. SciPy Reference Guide. Release 1.7.0. Available at: <https://docs.scipy.org/doc/scipy/reference/>. Acesso: 15 abr 2025.

SHANNON, C. E. Communication in the presence of noise. Proceedings of the IRE, v. 37, n. 1, p. 10-21, 1949.

SMITH, S. W. The Scientist and Engineer's Guide to Digital Signal Processing. 1rd ed. San Diego: California Technical Publishing, 1997.

STEARNS, S. D.; DAVID, R. A. Signal Processing Algorithms in MATLAB. Upper Saddle River: Prentice Hall, 1996.

VAN ROSSUM, G.; DRAKE, F. L. Python 3 Reference Manual. Scotts Valley: CreateSpace, 2009.

WILLIAMS, A. B.; TAYLOR, F. J. Electronic Filter Design Handbook. 4th ed. New York: McGraw-Hill, 2006.