

Otimização de custos em sistemas elétricos de potência através do algoritmo de Prim: uma abordagem baseada em árvore geradora mínima

Vitor Amadeu Souza¹; 0009-00-02-1857-6799

1 – UniFOA, Centro Universitário de Volta Redonda, Volta Redonda, RJ.
vitor.amadeu@foa.org.br

Resumo: Este trabalho apresenta uma aplicação do algoritmo de Prim para otimização de custos em sistemas elétricos de potência, utilizando o conceito de Árvore Geradora Mínima (MST) para reduzir os custos de instalação e manutenção de redes de transmissão. O estudo foi conduzido em uma rede modelo com 10 subestações, onde foram comparados os custos da rede original completa com os custos da configuração otimizada obtida através do algoritmo de Prim. Os resultados demonstraram uma economia significativa de 61% nos custos totais, reduzindo o custo de 100 unidades para 39 unidades monetárias. A metodologia proposta manteve a conectividade total do sistema enquanto minimizou o custo das linhas de transmissão necessárias. Os resultados obtidos indicam que a aplicação de algoritmos de otimização baseados em teoria de grafos representa uma ferramenta valiosa para o planejamento e expansão de sistemas elétricos de potência, contribuindo para a redução de custos operacionais e de investimento no setor elétrico.

Palavras-chave: Sistemas elétricos de potência. Algoritmo de Prim. Árvore geradora mínima. Otimização de custos. Planejamento de sistemas elétricos.

INTRODUÇÃO

O planejamento e operação de sistemas elétricos de potência constitui um dos desafios mais complexos da engenharia elétrica moderna, especialmente considerando as crescentes demandas por eficiência energética e redução de custos operacionais (Momoh, 2017). A expansão das redes de transmissão e distribuição de energia elétrica requer investimentos substanciais em infraestrutura, tornando fundamental a aplicação de técnicas de otimização que possam minimizar os custos envolvidos sem comprometer a confiabilidade e qualidade do fornecimento de energia (Kirschen; Strbac, 2018).

A teoria de grafos tem se mostrado uma ferramenta matemática poderosa na modelagem e análise de sistemas elétricos de potência, permitindo a representação das redes elétricas como grafos onde os nós representam subestações ou barras do sistema e as arestas representam as linhas de transmissão ou distribuição (Glover *et al.*, 2017). Neste contexto, o problema de minimização de custos em redes elétricas pode ser formulado como um problema de encontrar a Árvore Geradora Mínima (MST - Minimum Spanning Tree) do grafo que representa o sistema elétrico.

O algoritmo de Prim, desenvolvido por Robert Clay Prim em 1957, é um dos algoritmos clássicos para encontrar a árvore geradora mínima de um grafo conexo e ponderado (Cormen *et al.*, 2009). Este algoritmo tem complexidade temporal $O(E \log V)$, onde E representa o número de arestas e V o número de vértices do grafo, tornando-o eficiente mesmo para redes de grande porte (Sedgewick; Wayne, 2011). A aplicação do algoritmo de Prim em sistemas elétricos de potência permite identificar o conjunto mínimo de linhas de transmissão necessárias para manter a conectividade de toda a rede, minimizando simultaneamente os custos de instalação e manutenção.

Diversos estudos têm investigado a aplicação de algoritmos de otimização em sistemas elétricos de potência. Bergen e Vittal (2000) destacam a importância da otimização no planejamento de sistemas elétricos, enquanto Wood *et al.* (2013) apresentam metodologias avançadas para o despacho econômico e planejamento da expansão de sistemas de potência. Mais recentemente, Saadat (2010) enfatiza a relevância dos algoritmos baseados em teoria de grafos para a análise de conectividade e confiabilidade de redes elétricas.

A crescente complexidade dos sistemas elétricos modernos, caracterizada pela integração de fontes renováveis de energia, sistemas de armazenamento e redes inteligentes (smart grids), torna ainda mais crítica a necessidade de ferramentas eficazes de otimização (Kundur *et al.*, 2007). Neste cenário, a aplicação do algoritmo de Prim pode contribuir significativamente para o planejamento eficiente de expansões de rede, manutenção de sistemas existentes e desenvolvimento de novas infraestruturas de transmissão e distribuição.

O objetivo deste trabalho é demonstrar a aplicabilidade do algoritmo de Prim na otimização de custos de sistemas elétricos de potência, avaliando quantitativamente os benefícios econômicos obtidos através da identificação da configuração mínima de linhas de transmissão necessárias para manter a conectividade total do sistema. Para tanto, foi desenvolvido um estudo de caso utilizando uma rede modelo com 10 subestações, onde foram comparados os custos da configuração original com os custos da configuração otimizada.

MÉTODOS

O sistema elétrico estudado foi modelado como um grafo não direcionado $G=(V,E)$, em que V representa o conjunto de vértices correspondentes às subestações e E representa o conjunto de arestas que simbolizam as linhas de transmissão. Cada aresta possui um peso associado, representando o custo de instalação e manutenção da respectiva linha de transmissão. Essa abordagem de modelagem é amplamente utilizada na literatura especializada e possibilita a aplicação direta de algoritmos de teoria de grafos (Grainger; Stevenson, 1994). O sistema modelo considerado neste estudo é composto por 10 subestações (nós de 0 a 9), interconectadas por 16 linhas de transmissão. Os custos atribuídos a essas linhas foram definidos levando em conta fatores como a distância entre subestações, a capacidade de transmissão e a complexidade da instalação, resultando em uma matriz de custos representativa de situações reais, como mostra a Tabela 1.



Tabela 1 - Matriz de custos dado o nó de origem e final

Origem	Destino	Custo
0	1	4
0	7	8
1	2	8
1	7	11
2	3	7
2	8	2
2	5	4
3	4	9
3	5	14
4	5	10
5	6	2
6	7	1
6	8	6
7	8	7
7	9	2
8	9	5

Fonte: O autor.

Para a implementação do processo de otimização, foi utilizado o algoritmo de Prim, por meio da biblioteca NetworkX do Python, que disponibiliza implementações otimizadas de algoritmos de teoria de grafos (Hagberg *et al.*, 2008). A escolha dessa biblioteca justifica-se pela sua robustez, eficiência computacional e ampla utilização na comunidade científica para análise de redes complexas. O algoritmo de Prim segue quatro etapas principais: inicia-se com um vértice arbitrário, seleciona iterativamente a aresta de menor peso que conecta um vértice já incluído na árvore a um vértice ainda não pertencente, adiciona esse novo vértice juntamente com a aresta correspondente à árvore e repete o processo até que todos os vértices estejam incluídos (Cormen *et al.*, 2009).

A avaliação da eficácia da otimização proposta foi realizada por meio de métricas específicas. O Custo Total Original (CTO) corresponde ao somatório dos custos de todas as linhas de transmissão presentes na rede original, representando o cenário sem otimização, em que todas as conexões possíveis são mantidas. Já o Custo da Árvore Geradora Mínima (CMST) corresponde ao somatório dos custos das linhas de transmissão selecionadas pelo algoritmo de Prim, representando a configuração otimizada que mantém a conectividade total com custo mínimo. A partir desses valores, calcula-se a Economia Absoluta (EA), dada pela diferença entre CTO e CMST, e a Economia Percentual (EP), que corresponde ao percentual de redução de custos obtido. Um aspecto fundamental da aplicação do algoritmo de Prim em sistemas elétricos é a preservação da conectividade total da rede. Isso ocorre porque a árvore geradora mínima, por definição, conecta todos os vértices do grafo utilizando exatamente $n-1$ arestas, onde n é o número de vértices (West, 2001). Dessa forma, todas as subestações permanecem interconectadas na configuração otimizada, garantindo a integridade operacional do sistema.

Por fim, para facilitar a análise e interpretação dos resultados, foram geradas visualizações comparativas com auxílio da biblioteca Matplotlib, apresentando simultaneamente a configuração original da rede e a configuração otimizada obtida pelo algoritmo de Prim. Esse recurso gráfico possibilita uma compreensão intuitiva das modificações propostas e dos benefícios alcançados em termos de economia e eficiência estrutural.

No link <https://github.com/vitor-souza-ime/prim> está disponibilizado o código-fonte deste experimento.

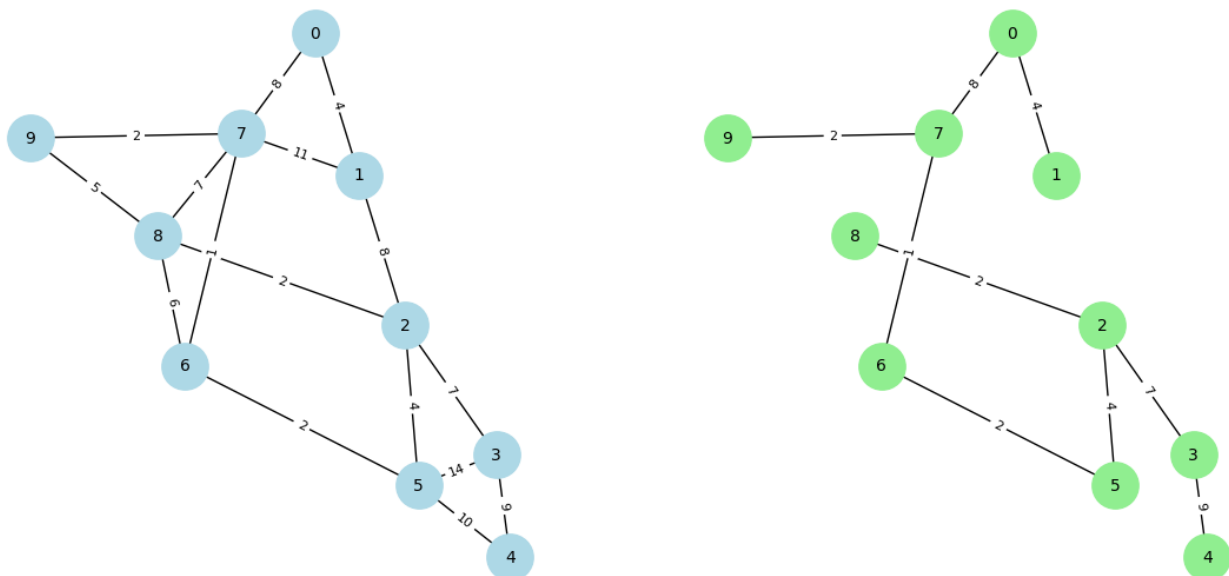
RESULTADOS E DISCUSSÃO

A aplicação do algoritmo de Prim ao sistema elétrico modelo de 10 subestações resultou em uma redução significativa dos custos totais. O custo total da rede original, considerando todas as 16 linhas de transmissão existentes, foi calculado em 100 unidades monetárias. Após a aplicação do algoritmo de Prim, a árvore geradora mínima resultante apresentou um custo total de apenas 39 unidades monetárias, representando uma economia absoluta de 61 unidades monetárias. O percentual de economia obtido foi de 61%, demonstrando a

eficácia da metodologia proposta na redução de custos. Este resultado é particularmente relevante considerando que a configuração otimizada mantém a conectividade total do sistema, garantindo que todas as subestações permaneçam interconectadas e o sistema continue operacionalmente viável. A Figura 1 apresenta o grafo original e o otimizado.

Figura 1 - Grafo original e otimizado

Rede Elétrica Original (10 Subestações)



Fonte: O autor.

Os resultados obtidos têm implicações importantes para a aplicação prática em sistemas elétricos reais. A economia de 61% demonstrada no estudo de caso sugere que a metodologia proposta pode gerar benefícios econômicos substanciais quando aplicada ao planejamento e expansão de redes de transmissão e distribuição de energia elétrica. Em sistemas elétricos reais, onde os custos de instalação de linhas de transmissão podem alcançar milhões de reais por quilômetro, uma redução de 61% nos custos representa economias significativas que podem viabilizar projetos anteriormente considerados inviáveis economicamente (EPE, 2020). Além disso, a redução no número de linhas necessárias implica em menor impacto ambiental, aspecto cada vez mais relevante no contexto atual de sustentabilidade ambiental.



CONCLUSÕES

Este trabalho demonstrou a eficácia da aplicação do algoritmo de Prim para otimização de custos em sistemas elétricos de potência através do conceito de árvore geradora mínima. Os resultados obtidos no estudo de caso com 10 subestações evidenciaram uma economia significativa de 61% nos custos totais, reduzindo o custo de 100 para 39 unidades monetárias, enquanto mantinha a conectividade total do sistema.

Como trabalhos futuros, sugere-se a extensão da metodologia para incluir critérios de confiabilidade através de algoritmos que encontrem k-árvores geradoras mínimas, a incorporação de restrições de capacidade das linhas de transmissão e a análise de estabilidade das soluções obtidas. Além disso, a aplicação da metodologia em sistemas elétricos reais de grande porte permitirá uma validação mais abrangente dos benefícios identificados neste estudo.

A pesquisa desenvolvida contribui para o corpo de conhecimento na área de otimização de sistemas elétricos de potência, oferecendo uma abordagem eficiente para a redução de custos em redes de transmissão e distribuição de energia elétrica.

REFERÊNCIAS

BERGEN, A. R.; VITTAL, V. Power systems analysis. 2. ed. Upper Saddle River: Prentice Hall, 2000.

BILLINTON, R.; ALLAN, R. N. Reliability evaluation of power systems. 1. ed. New York: Plenum Press, 1996.

CORMEN, T. H.; LEISERSON, C. E.; RIVEST, R. L.; STEIN, C. Introduction to algorithms. 3. ed. Cambridge: MIT Press, 2009.

EMPRESA DE PESQUISA ENERGÉTICA (EPE). Plano decenal de expansão de energia 2029. Brasília: EPE, 2020.

GLOVER, J. D.; SARMA, M. S.; OVERBYE, T. Power system analysis and design. 6. ed. Boston: Cengage Learning, 2017.

GRAINGER, J. J.; STEVENSON, W. D. Power system analysis. New York: McGraw-Hill, 1994.

HAGBERG, A. A.; SCHULT, D. A.; SWART, P. J. Exploring network structure, dynamics, and function using NetworkX. Proceedings of the 7th Python in Science Conference, p. 11-15, 2008.

KIRSCHEN, D. S.; STRBAC, G. Fundamentals of power system economics. 2. ed. Hoboken: John Wiley & Sons, 2018.

KUNDUR, P.; BALU, N. J.; LAUBY, M. G. Power system stability and control. New York: McGraw-Hill, 2007.

MOMOH, J. A. Electric power system applications of optimization. 2. ed. Boca Raton: CRC Press, 2017.

SAADAT, H. Power system analysis. 3. ed. New York: McGraw-Hill, 2010.

SEDGEWICK, R.; WAYNE, K. Algorithms. 4. ed. Boston: Addison-Wesley, 2011.

TARJAN, R. E. Data structures and network algorithms. CBMS-NSF Regional Conference Series in Applied Mathematics. Philadelphia: SIAM, 1983.

WEST, D. B. Introduction to graph theory. 2. ed. Upper Saddle River: Prentice Hall, 2001.

WOOD, A. J.; WOLLENBERG, B. F.; SHEBLÉ, G. B. Power generation, operation and control. 3. ed. Hoboken: John Wiley & Sons, 2013.