RELATO DE EXPERIÊNCIA

Simulação computacional do movimento browniano e suas aplicações em processos de engenharia

Vitor Amadeu Souza[1]

1 – UniFOA, Centro Universitário de Volta Redonda, Volta Redonda, RJ.
vitor.amadeu@foa.org.br
https://orcid.org/0009-0002-1857-6799

Resumo: Este artigo apresenta uma implementação computacional para a simulação do movimento browniano utilizando a linguagem de programação Python. O movimento browniano é um fenômeno fundamental em diversos campos da engenharia, como na análise de difusão de partículas, no estudo de processos estocásticos e no desenvolvimento de modelos para sistemas dinâmicos. A metodologia empregada utiliza um algoritmo de passos aleatórios bidimensionais para reproduzir o comportamento característico do movimento browniano. São discutidas aplicações práticas em engenharia química, de materiais, ambiental e financeira, evidenciando a versatilidade da abordagem. Conclui-se que a simulação computacional implementada constitui uma ferramenta valiosa tanto para o ensino de conceitos relacionados a processos estocásticos quanto para a modelagem de fenômenos físicos complexos em projetos de engenharia.

Palavras-chave: Movimento Browniano. Simulação Computacional. Processos Estocásticos. Python. Aplicações em Engenharia. Engenharia.

INTRODUÇÃO

O movimento browniano, observado pela primeira vez pelo botânico Robert Brown em 1827 durante seus estudos sobre grãos de pólen em suspensão na água, representa um dos fenômenos físicos mais fundamentais e ubíquos na natureza (EINSTEIN, 1905; NELSON, 1967). Este movimento errático de partículas suspensas em um fluido, resultante do bombardeamento contínuo por moléculas do meio, foi posteriormente explicado matematicamente por Albert Einstein em 1905, estabelecendo uma conexão fundamental entre observações macroscópicas e a existência de átomos e moléculas (MAZO, 2002).

Na engenharia contemporânea, o movimento browniano transcende seu contexto físico original, servindo como modelo matemático para uma ampla gama de processos que exibem aleatoriedade e comportamento estocástico (KARATZAS e SHREVE, 1998). Sua aplicação se estende a diversos campos, como engenharia química (difusão molecular), engenharia de materiais (crescimento de nanoestruturas), engenharia ambiental (dispersão de poluentes) e até mesmo engenharia financeira (modelagem de preços de ativos) (ØKSENDAL, 2003).

A simulação computacional desse fenômeno oferece uma poderosa ferramenta para visualização, análise e previsão de comportamentos em sistemas complexos. Com o avanço das capacidades computacionais e o desenvolvimento de linguagens de programação científicas como Python, tornou-se viável implementar modelos de movimento browniano com alto grau de precisão e flexibilidade (HILFER e ANTON, 1995).

De acordo com Ibe (2013), a simulação do movimento browniano em espaços bidimensionais ou tridimensionais é particularmente relevante para aplicações em engenharia, pois permite modelar fenômenos como a difusão de partículas em meios porosos, o movimento de macromoléculas em soluções, o crescimento dendrítico em processos de solidificação, a percolação em redes heterogêneas e a propagação de sinais em canais com ruído.

Assim, este trabalho tem como objetivo apresentar uma implementação computacional do movimento browniano utilizando Python, analisar os resultados obtidos e discutir suas aplicações em diferentes áreas da engenharia. Buscamos também demonstrar como ferramentas computacionais relativamente simples podem ser utilizadas para modelar fenômenos físicos complexos, contribuindo tanto para o ensino quanto para a prática profissional em engenharia.

METODOLOGIA

Os fundamentos teóricos do movimento browniano indicam que ele pode ser matematicamente representado como um processo estocástico contínuo, denotado por B(t), que satisfaz determinadas propriedades conforme descrito por Karatzas e Shreve (1998). Primeiramente, B(0) é igual a zero. Além disso, para quaisquer instantes $t > s \geq 0$, o incremento B(t) - B(s) segue uma distribuição normal com média zero e variância t - s. Outro ponto importante é que, para quaisquer $0 \leq s < t < u < v$, os incrementos B(t) - B(s) e B(v) - B(u) são independentes. Em um espaço bidimensional, como implementado neste trabalho, o movimento browniano é composto por um par de processos brownianos independentes, um para cada coordenada cartesiana.

A implementação computacional do movimento browniano foi realizada por meio do método de passos aleatórios (random walk), uma abordagem discretizada que converge para o movimento browniano quando o tamanho do passo tende a zero e o número de passos tende ao infinito, conforme descrito por Lawler (2010). O algoritmo foi desenvolvido na linguagem Python, utilizando as bibliotecas NumPy para operações matemáticas e Matplotlib para a visualização dos dados. Os parâmetros fundamentais do algoritmo são o num_steps, que define o número total de passos da simulação (relacionado à resolução temporal), e o step_size, que define o tamanho de cada passo (relacionado à escala espacial do movimento). A implementação segue algumas etapas principais: a inicialização dos arrays para armazenar as coordenadas x e y da partícula; a geração sequencial de ângulos aleatórios uniformemente distribuídos entre 0 e 2π; a atualização das posições x e y com base no ângulo gerado e no tamanho do passo, e, por fim, a visualização da trajetória completa.

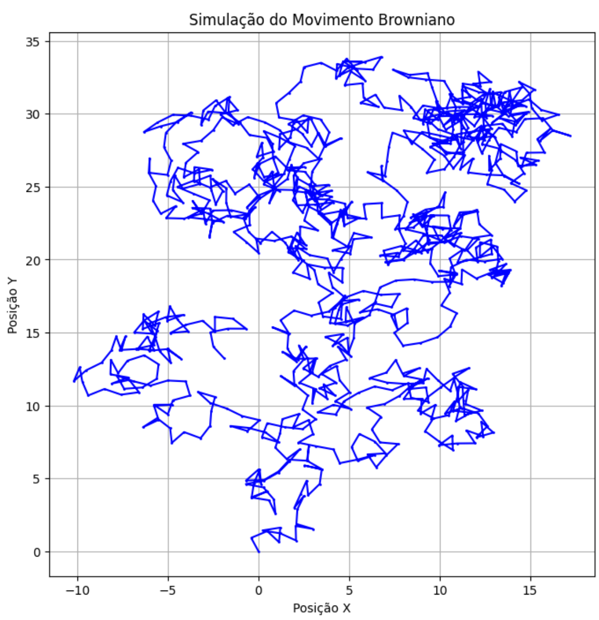
O código-fonte desta implementação está disponível no link: https://github.com/vitor-souza-ime/browniano, sendo que este código pode ser testado no Google Colab.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

A Figura 1 apresenta uma trajetória típica gerada pela simulação do movimento browniano bidimensional obtida através da implementação em Python. Observa-se o padrão característico de deslocamentos irregulares e imprevisíveis, com a partícula eventualmente se afastando significativamente de sua posição inicial, mesmo na ausência de qualquer força direcional. A natureza fractal da trajetória é visível, com padrões similares emergindo em diferentes escalas de observação, uma propriedade fundamental do movimento browniano, conforme destacado por Mandelbrot e Van Ness (1968).

Na engenharia química, o movimento browniano é fundamental para a compreensão de fenômenos de difusão molecular e transferência de massa. A simulação apresentada pode ser adaptada para modelar a difusão de reagentes em reatores químicos, processos de separação por membranas, comportamento de coloides e suspensões, bem como a cinética de reações catalisadas heterogeneamente. De acordo com Ruthven (2004), modelos computacionais de difusão baseados no movimento browniano são particularmente úteis para prever a eficiência de processos de separação e purificação em leitos fixos e fluidizados.

Figura 1 – Resultado para movimento browniano com 1000 passos



Fonte: O autor

No campo da engenharia de materiais, o movimento browniano está presente em diversos processos de síntese e modificação de materiais, como o crescimento de nanoestruturas por deposição, sinterização e coalescência de partículas, formação de padrões em filmes finos e o comportamento de polímeros em solução. Segundo Balazs et al. (2004), simulações de movimento browniano são amplamente utilizadas para entender a auto-organização de nanopartículas e prever propriedades de nanocompósitos.

Na engenharia ambiental, o movimento browniano serve como base para a modelagem da dispersão de poluentes em meios porosos, transporte de partículas em sistemas aquáticos, aerossóis atmosféricos e qualidade do ar, além da migração de contaminantes em águas subterrâneas. Pinder e Celia (2006) destacam que modelos estocásticos baseados no movimento browniano são essenciais para avaliar riscos de contaminação e planejar estratégias de remediação em aquíferos heterogêneos.

Embora menos convencional, a aplicação do movimento browniano em engenharia financeira é significativa, especialmente na modelagem de preços de ativos (como no modelo de Black-Scholes), na análise de risco de carteiras de investimento, na precificação de derivativos e na otimização de estratégias de hedge. Hull (2017) ressalta que o movimento browniano geométrico, uma variação do movimento browniano clássico, é o alicerce da moderna teoria de precificação de opções e gestão de riscos financeiros.

CONCLUSÕES

A simulação computacional do movimento browniano implementada neste trabalho demonstrou-se capaz de reproduzir adequadamente as propriedades estatísticas e comportamentais esperadas para este fenômeno. A abordagem utilizando a linguagem Python mostrou-se eficiente, com código conciso e de fácil compreensão, tornando-a acessível tanto para fins didáticos quanto para aplicações em engenharia.

A discussão das aplicações em diferentes áreas da engenharia evidencia a versatilidade e relevância do movimento browniano como modelo matemático para diversos fenômenos naturais e processos industriais. Desde a difusão molecular em processos químicos até a modelagem de riscos financeiros, o entendimento e a capacidade de simular o movimento browniano constituem ferramentas valiosas para o engenheiro contemporâneo.

Como trabalhos futuros, sugere-se a extensão do modelo para espaços tridimensionais, a incorporação de barreiras e campos de força para simular ambientes mais complexos e a paralelização do algoritmo para permitir simulações com maior número de partículas, possibilitando o estudo de fenômenos coletivos.

Por fim, ressalta-se que a abordagem computacional para o estudo de fenômenos físicos complexos, como exemplificado neste trabalho, representa uma tendência crescente na formação e na prática da engenharia moderna, onde a integração entre conhecimentos teóricos e habilidades computacionais torna-se cada vez mais essencial.

REFERÊNCIAS

BALAZS, A. C.; EMRICK, T.; RUSSELL, T. P. Nanoparticle polymer composites: where two small worlds meet. Science, v. 314, n. 5802, p. 1107-1110, 2006.

EINSTEIN, A. Über die von der molekularkinetischen Theorie der Wärme geforderte Bewegung von in ruhenden Flüssigkeiten suspendierten Teilchen. Annalen der Physik, v. 322, n. 8, p. 549-560, 1905.

HILFER, R.; ANTON, L. Fractional master equations and fractal time random walks. Physical Review E, v. 51, n. 2, p. R848-R851, 1995.

HULL, J. C. Options, Futures, and Other Derivatives. 10 ed. New York: Pearson, 2017.

IBE, O. C. Elements of Random Walk and Diffusion Processes. Hoboken: John Wiley & Sons, 2013.

KARATZAS, I.; SHREVE, S. E. Brownian Motion and Stochastic Calculus. 2 ed. New York: Springer-Verlag, 1998.

LAWLER, G. F. Random Walk and the Heat Equation. Providence: American Mathematical Society, 2010.

MANDELBROT, B. B.; VAN NESS, J. W. Fractional Brownian motions, fractional noises and applications. SIAM Review, v. 10, n. 4, p. 422-437, 1968.

MAZO, R. M. Brownian Motion: Fluctuations, Dynamics, and Applications. Oxford: Oxford University Press, 2002.

NELSON, E. Dynamical Theories of Brownian Motion. Princeton: Princeton University Press, 1967.

ØKSENDAL, B. Stochastic Differential Equations: An Introduction with Applications. 6 ed. Berlin: Springer, 2003.

PINDER, G. F.; CELIA, M. A. Subsurface Hydrology. Hoboken: John Wiley & Sons, 2006.

RUTHVEN, D. M. Principles of Adsorption and Adsorption Processes. New York: John Wiley & Sons, 2004.