

RELATO DE EXPERIÊNCIA

Aplicação do algoritmo de kruskal para otimização de sistemas elétricos de potência

Vitor Amadeu Souza¹

1 – UniFOA, Centro Universitário de Volta Redonda, Volta Redonda, RJ.

vitor.amadeu@foa.org.br

<http://orcid.org/0009-0002-1857-6799>

Resumo: Este trabalho apresenta uma aplicação do algoritmo de Kruskal como ferramenta para otimização da infraestrutura de sistemas elétricos de potência. A conectividade entre diferentes centros urbanos através de redes de transmissão de energia elétrica representa um desafio logístico e econômico significativo. O algoritmo de Kruskal, fundamentado na teoria dos grafos, permite determinar uma árvore geradora mínima que conecta todos os nós (cidades) com o menor custo possível de implementação das linhas de transmissão (arestas). O estudo utilizou um modelo composto por 8 nós e 12 arestas com diferentes valores de distância, simulando um cenário de interconexão elétrica regional. Os resultados demonstram uma redução significativa no custo total de implementação da rede, mantendo a conectividade completa do sistema. A solução obtida proporciona melhor aproveitamento de recursos, minimizando perdas na transmissão e possibilitando maior resiliência do sistema. Conclui-se que o algoritmo de Kruskal representa uma ferramenta valiosa para o planejamento e expansão de sistemas elétricos, contribuindo para a eficiência econômica e sustentabilidade energética.

Palavras-chave: Árvore geradora mínima. Otimização de redes. Teoria dos grafos.

INTRODUÇÃO

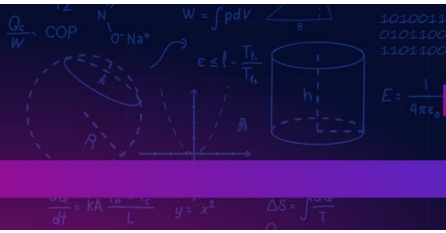
A distribuição eficiente de energia elétrica entre centros urbanos constitui um dos pilares fundamentais para o desenvolvimento econômico e social de qualquer região. Neste contexto, o planejamento adequado das conexões entre diferentes localidades assume papel estratégico, especialmente considerando os elevados custos associados à implementação e manutenção de linhas de transmissão (RODRIGUES, 2013).

Os sistemas elétricos de potência podem ser naturalmente representados como estruturas de grafos, onde os vértices correspondem às subestações ou centros de distribuição (tipicamente localizados nas cidades) e as arestas representam as linhas de transmissão que estabelecem as conexões entre estas localidades. O peso atribuído a cada aresta pode representar diferentes parâmetros, como a impedância da linha, o custo de implementação, a distância física ou uma combinação ponderada destes fatores (FERNANDES, 2023).

Uma das principais preocupações no planejamento de sistemas elétricos é garantir a conectividade total do sistema, já que todas as cidades devem ter acesso à energia e, simultaneamente, minimizar os custos totais de implementação da infraestrutura. Este cenário estabelece um problema clássico de otimização combinatória que pode ser eficientemente abordado através da determinação de uma árvore geradora mínima (Minimum Spanning Tree - MST) no grafo que representa o sistema (RUPLO, 2013).

O algoritmo de Kruskal, proposto inicialmente por Joseph Kruskal em 1956, apresenta-se como uma solução algorítmica eficiente para a determinação de árvores geradoras mínimas em grafos ponderados. A abordagem gulosa (greedy) deste algoritmo, que seleciona iterativamente as arestas de menor peso que não formam ciclos, garante uma solução ótima global com complexidade temporal $O(E \log E)$, onde E representa o número de arestas do grafo.

Este trabalho tem como objetivo demonstrar a aplicabilidade e eficiência do algoritmo de Kruskal no contexto de sistemas elétricos de potência, utilizando um estudo de caso com 8 nós (representando cidades ou subestações) e 12 possíveis conexões (linhas de transmissão) com diferentes valores de distância. A análise dos resultados



permite identificar a configuração ótima para interconexão do sistema, oferecendo subsídios para decisões estratégicas no planejamento de infraestruturas elétricas.

METODOLOGIA

A metodologia adotada neste trabalho compreende uma abordagem algorítmica para resolução do problema de otimização de sistemas elétricos de potência, utilizando conceitos da teoria dos grafos e técnicas de programação para implementação e visualização dos resultados. O sistema elétrico de potência estudado foi modelado como um grafo não-direcionado $G = (V, E)$, onde V representa o conjunto de vértices (cidades ou subestações) e E o conjunto de arestas (possíveis linhas de transmissão). Cada aresta $e = (u, v)$ possui um peso $w(e)$ associado, que representa a impedância ou custo de implementação da respectiva linha de transmissão. O problema consiste em determinar uma árvore geradora mínima $T = (V, E')$, onde $E' \subseteq E$, tal que todos os vértices permaneçam conectados e a soma dos pesos das arestas em E' seja mínima. Formalmente, busca-se minimizar $\sum w(e)$, com $e \in E'$, sujeito à condição de que T seja uma árvore (isto é, não contenha ciclos) e conecte todos os vértices em V .

Para a resolução do problema proposto, foi implementado o algoritmo de Kruskal conforme descrito por Cormen et al. (2022). O algoritmo opera inicialmente ordenando todas as arestas do grafo em ordem não-decrescente de peso. Em seguida, é inicializada uma estrutura de dados do tipo Union-Find para controle de componentes conexos. O algoritmo então itera sobre as arestas ordenadas e, para cada aresta (u, v) , verifica se sua inclusão não forma ciclos. Caso a inclusão não forme ciclos, a aresta é incorporada à solução. Esse processo continua até que $n - 1$ arestas tenham sido selecionadas, onde n é o número total de vértices do grafo. A estrutura Union-Find utilizada foi implementada com as heurísticas de “union by rank” e “path compression”, conforme recomendado por Soares e Delbem (2009), a fim de garantir maior eficiência algorítmica.

O estudo utilizou um grafo composto por 8 vértices (numerados de 0 a 7, representando diferentes cidades ou subestações) e 12 arestas (possíveis linhas de transmissão), com os seguintes pesos associados: (0, 1): 10; (0, 2): 8; (1, 2): 5; (1, 3): 7; (2, 3): 6; (2, 4): 9; (3, 5): 11; (4, 5): 4; (4, 6): 3; (5, 6): 2; (5, 7): 12; (6, 7): 1.

A implementação computacional foi realizada na linguagem Python, utilizando as bibliotecas NetworkX para manipulação de grafos e matplotlib para visualização dos resultados. A estrutura Union-Find foi programada como uma classe auxiliar para controle de componentes conexos durante a execução do algoritmo de Kruskal. A visualização dos resultados compreende duas representações gráficas: a primeira mostra o grafo original contendo todas as possíveis conexões entre os vértices, enquanto a segunda exibe a árvore geradora mínima resultante da aplicação do algoritmo.

O código-fonte desta implementação está disponível no link: <https://github.com/vitor-souza-ime/kruskal>. O mesmo foi testado no Google Colab.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

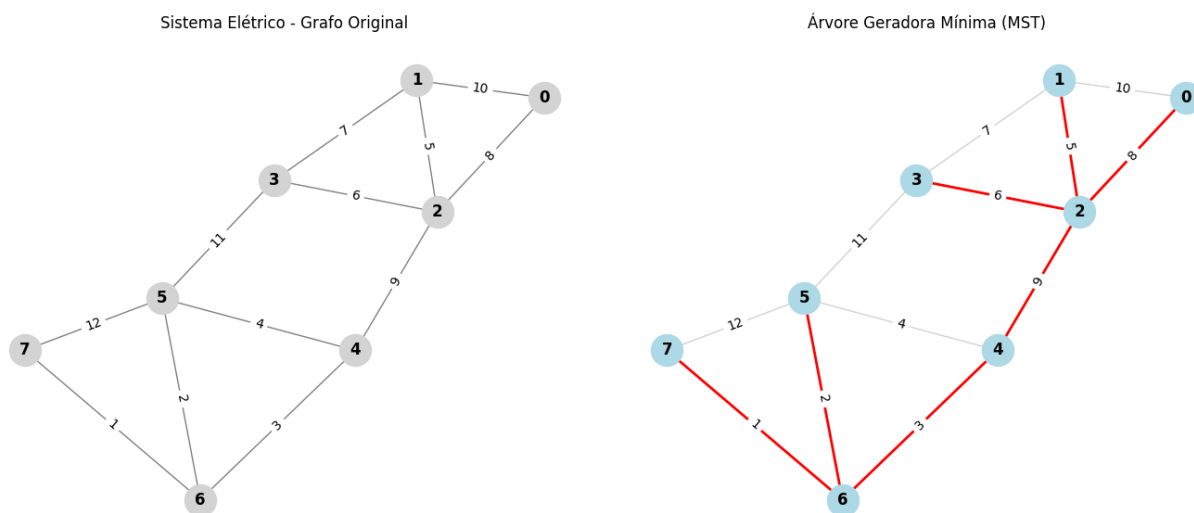
A aplicação do algoritmo de Kruskal ao sistema elétrico proposto resultou na identificação da árvore geradora mínima representada na Figura 1, no qual podemos visualizar também o grafo original. As arestas selecionadas para compor a solução ótima estão destacadas em vermelho, evidenciando o subconjunto de conexões que garantem a conectividade total do sistema com o menor custo possível. A árvore geradora mínima obtida é composta pelas arestas dispostas no Quadro 1.

Quadro 1 – MST do Grafo original

Aresta (6, 7) com peso 1
Aresta (5, 6) com peso 2
Aresta (4, 6) com peso 3
Aresta (4, 5) com peso 4
Aresta (1, 2) com peso 5
Aresta (2, 3) com peso 6
Aresta (0, 2) com peso 8

Fonte: O autor

Figura 1 – MST do Grafo original plotado pelo programa

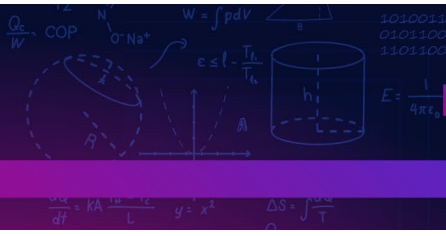


Fonte: O autor

O custo total da solução é 34, que representa uma redução significativa em relação ao custo total do grafo original (78). Esta redução de aproximadamente 43,6% no custo total evidencia o potencial econômico da otimização proposta.

A análise topológica da solução obtida revela aspectos interessantes sobre a organização ótima do sistema elétrico. Observa-se que certos nós assumem papel de "hubs" de conexão, como é o caso do nó 2, que estabelece conexões com os nós 0, 1 e 3, e do nó 6, que se conecta aos nós 4, 5 e 7. Esta concentração de conexões em determinados pontos pode influenciar decisões estratégicas sobre o dimensionamento das subestações nestes locais, que devem ser projetadas para suportar maior fluxo de energia.

É importante notar que a solução apresentada garante a conectividade mínima necessária para o funcionamento do sistema. No entanto, em aplicações práticas de sistemas elétricos, redundâncias adicionais podem ser desejáveis para aumentar a resiliência da rede frente a falhas. Neste sentido, o algoritmo de Kruskal fornece uma base inicial ótima, que pode ser complementada com conexões adicionais em pontos estratégicos, conforme critérios específicos de confiabilidade e segurança (RUPLO, 2013).



A distribuição espacial dos nós, embora não explicitamente considerada neste estudo, também pode influenciar significativamente a implementação prática da solução. Fatores como obstáculos geográficos, direitos de passagem e impactos ambientais podem impor restrições adicionais que precisam ser consideradas em conjunto com a otimização puramente matemática aqui apresentada (BREDA, 2020).

Outro aspecto relevante é a escalabilidade da solução. O algoritmo de Kruskal, com complexidade $O(E \log E)$, mantém-se eficiente mesmo para sistemas de grande porte, o que viabiliza sua aplicação em cenários reais de planejamento de sistemas elétricos nacionais ou regionais, que podem envolver centenas ou milhares de nós (MOTA, MOTA e FRANÇA, 2006).

CONCLUSÕES

A aplicação do algoritmo de Kruskal para determinação da árvore geradora mínima em sistemas elétricos de potência demonstrou-se uma abordagem eficiente e matematicamente fundamentada para o planejamento otimizado da infraestrutura de transmissão de energia. Os resultados obtidos evidenciam o potencial de redução significativa nos custos de implementação, mantendo a funcionalidade integral do sistema.

A metodologia proposta oferece uma ferramenta valiosa para planejadores e gestores de sistemas elétricos, possibilitando a identificação objetiva das conexões prioritárias para implementação. Além disso, a representação visual dos resultados facilita a compreensão da topologia da rede e subsidia decisões estratégicas sobre o dimensionamento de subestações e linhas de transmissão.

Como limitações do estudo, destaca-se que a abordagem considera apenas a minimização de um único parâmetro (distância/custo), enquanto aplicações reais frequentemente envolvem múltiplos critérios de otimização, como confiabilidade, perdas de transmissão e impactos ambientais. Neste sentido, trabalhos futuros poderiam explorar a integração do algoritmo de Kruskal com técnicas de otimização multiobjetivo ou com restrições adicionais específicas do contexto elétrico.

Adicionalmente, seria relevante investigar adaptações do algoritmo para considerar sistemas dinâmicos, onde a demanda e oferta de energia variam temporalmente, exigindo possíveis reconfigurações da rede em diferentes cenários operacionais.

Por fim, ressalta-se que a integração de tecnologias emergentes, como redes inteligentes (smart grids) e geração distribuída, apresenta novos desafios e oportunidades para a otimização de sistemas elétricos, constituindo um campo fértil para aplicações avançadas de algoritmos de teoria dos grafos, como o método de Kruskal aqui apresentado.

REFERÊNCIAS

MOTA, A. A.; MOTA, L. T. M.; FRANÇA, A. L. M. Modelagem de planos de recomposição de sistemas elétricos como grafos CPM/PERT. SBA: Controle & Automação, v. 17, n. 4, p. 400–411, 2006. Disponível em: <https://www.scielo.br/j/ca/a/rGn5n5MzzQhgr6pCjn7RTgr/>. Acesso em: 13 maio 2025.

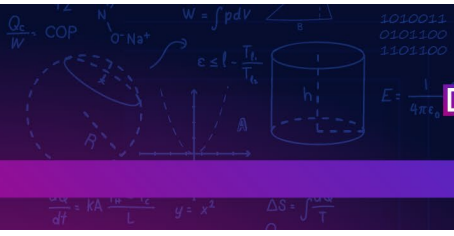
CORMEN, T. H. et al. Algoritmos: teoria e prática. 4. ed. Rio de Janeiro: Elsevier, 2022.

RODRIGUES, F. M. Otimização multi-objetivo de redes de distribuição utilizando algoritmos genéticos visando melhoria da confiabilidade. 2013. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) – Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, 2013. Disponível em: <https://repositorio.ufjf.br/jspui/handle/ufjf/359>. Repositório UFJF. Acesso em: 13 maio 2025.

FERNANDES, M. N. Análise de desempenho de algoritmos de busca em grafos para processamento de topologia de redes de distribuição de energia. 2023. Trabalho de Conclusão de Curso (Bacharelado em Engenharia Elétrica) – Universidade Estadual Paulista, Ilha Solteira, 2023. Disponível em: <https://repositorio.unesp.br/entities/publication/efd201d0-122c-4e1c-958b-455f23d7c61c>. Repositório UNESP. Acesso em: 13 maio 2025.

SOARES, T. W. L.; DELBEM, A. C. Estruturas de dados eficientes para algoritmos evolutivos aplicados a projeto de redes. 2009. Disponível em: <https://repositorio.usp.br/item/001743034>. Acesso em: 13 maio 2025.

RUPLO, D. Reconfiguração de redes de distribuição de energia elétrica através de um algoritmo de busca dispersa. 2013. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) – Universidade Estadual Paulista, Ilha Solteira, 2013. Disponível em: <https://repositorio.unesp.br/handle/11449/98965>. Repositório UNESP. Acesso em: 13 maio 2025.



maio 2025.

BREDA, G. R.; MESTRIA, M. Métodos heurísticos para otimização de redes de distribuição de energia elétrica. Revista Produção Online, v. 20, n. 4, p. 1354–1383, 2020. Disponível em: <https://www.producaoonline.org.br/rpo/article/view/4131>. Acesso em: 13 maio 2025.